

فهرست

■ فصل 1 (دما)

- هدف ترمودینامیک
- دیدگاههای میکروسکوپی و ماکروسکوپی
- تعادل گرمایی
- قانون صفرم ترمودینامیک
- مفهوم دما
- مقیاس دماسنگی
- مثالها

■ فصل 2 (سیستمهای ترمودینامیکی ساده)

- تعادل ترمودینامیکی
- نمودار PV مواد خالص
- حالت ماده
- نمودار P مواد خالص
- چند سیستم ترمودینامیکی ساده
- مختصاتهای فزونوری و نافزونوری

استادیار گروه فیزیک

علی اصغر شکری

راهنمای طلبی
تست طلبی
پیک طلبی



www.bookgolden.com

دانشگاه پیام نور (مرکز تهران)

فهرست

■ فصل 3 (کار)

- کار مکانیکی
- فرایند ایستاوار
- کار سیستم هیدرواستاتیکی
- محاسبه کار چند سیستم ترمودینامیکی
- مثالها

■ فصل 4 (گرما و قانون اول ترمودینامیک)

- گرما
- کار بی دررو
- قانون اول ترمودینامیک
- فرمولبندی قانون اول ترمودینامیک
- انتقال گرما و ظرفیت گرمایی
- انتقال گرما: رسانش
- انتقال گرما: همرفت
- انتقال گرما: تابش
- مثالها

استادیار گروه فیزیک

علی اصغر شکری

راهنمای طلابی
انتشارات طلاسی
پویدگان دانشگاه
پیک طلابی

www.bookgolden.com

دانشگاه پیام نور (مرکز تهران)



فهرست

■ فصل 5 (گازهای کامل)

- معادله حالت یک گاز
- انرژی داخلی یک گاز
- گاز کامل
- فرایندهای ایستاورا بی دررو
- روش روخ هارت برای اندازه گیری ضریب اتمیسیته گازها
- سرعت موج طولی
- دماسنج صوتی
- نظریه جنبشی گازها (دیدگاه میکروسکوپی)
- معادله حالت یک گاز کامل

■ فصل 6 (ماشین، یخچال و قانون دوم ترمودینامیک)

- تبدیل کار به گرما و بالعکس
- ماشین استرلینگ
- ماشین بخار
- ماشینهای درونسوز
- قانون دوم ترمودینامیک به بیان کلوین پلانک
- یخچال
- هم ارزی بیان کلوین پلانک با بیان کلاوسیوس

استادیار گروه فیزیک

علی اصغر شکری

راهنمایی‌طلبانی
پوینت‌گان دانشگاه
پیک‌طلبانی

www.bookgolden.com

دانشگاه پیام نور (مرکز تهران)



فهرست

■ فصل 7 (برگشت پذیری و مقیاس دمای کلوین)

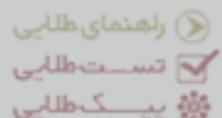
- برگشت پذیری و برگشت ناپذیری
- برگشت ناپذیری مکانیکی خارجی و داخلی
- برگشت ناپذیری گرمایی خارجی و داخلی
- برگشت ناپذیری شیمیایی
- شرایط برگشت پذیری
- وجود سطوح بی درروی برگشت پذیر
- مقیاس دمای کلوین و تساوی آن با دمای گاز کامل

■ فصل 8 (آنتروپی)

- مفهوم آنتروپی
- آنتروپی یک گاز کامل
- نمودار TS
- چرخه کارنو
- آنتروپی و برگشت پذیری و برگشت ناپذیری
- اصل افزایش آنتروپی
- آنتروپی و بی نظمی
- جریان آنتروپی و تولید آنتروپی

استادیار گروه فیزیک

علی اصغر شکری



www.bookgolden.com

دانشگاه پیام نور (مرکز تهران)



فهرست

■ فصل 9 (مواد خالص)

- آنتالپی
- توابع هلمولتز و گیبس
- روابط ماکسول
- معادلات TS
- معادلات انرژی
- معادلات ظرفیت گرمایی
- انبساط گرمایی
- ضریب تراکم

■ فصل 10 (مکانیک آماری (فصل 11 کتاب مرجع))

- اصول اساسی
- توزیع تعادلی
- تابع پارش یا افزار
- تقسیم مساوی انرژی
- توزیع تندیهای مولکولی
- تعبیر آماری کار و گرما
- بی نظمی، آنتروپی و اطلاعات

استادیار گروه فیزیک

علی اصغر شکری

راهنمای طلبی
انتشارات طلاسی
پویندگان دانشگاه
پیک طلبی

www.bookgolden.com

دانشگاه پیام نور (مرکز تهران)



فهرست

بخش اول:

مفاهیم اساسی ترمودینامیک فصول (9-1)

بخش دوم:

کاربرد مفاهیم اساسی مکانیک آماری (فصل 11)

راهنمای طلابی
انتشارات طلاسی
پویندگان دانشگاه
پیک طلابی

www.bookgolden.com

دانشگاه پیام نور (مرکز تهران)

استادیار گروه فیزیک

علی اصغر شکری

فصل اول

دما و مفهوم آن



www.bookgolden.com

دانشگاه پیام نور (مرکز تهران)

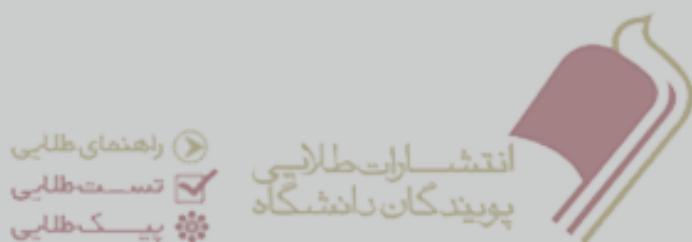
استادیار گروه فیزیک

علی اصغر شکری

فهرست

■ فصل 1 (دما)

- هدف ترمودینامیک
- دیدگاههای میکروسکوپی و ماکروسکوپی
- تعادل گرمایی
- قانون صفرم ترمودینامیک
- مفهوم دما
- مقیاس دماسنجدی
- مثالها



www.bookgolden.com

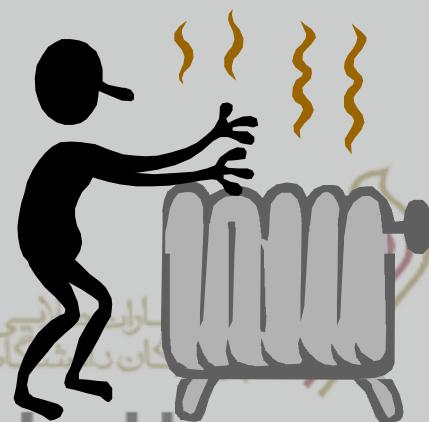
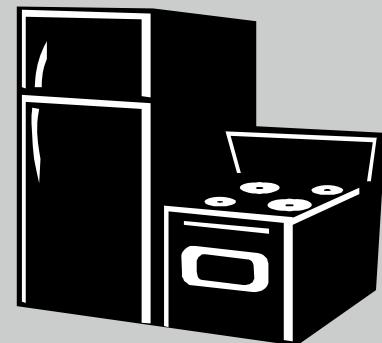
دانشگاه پیام نور (مرکز تهران)

استادیار گروه فیزیک

علی اصغر شکری

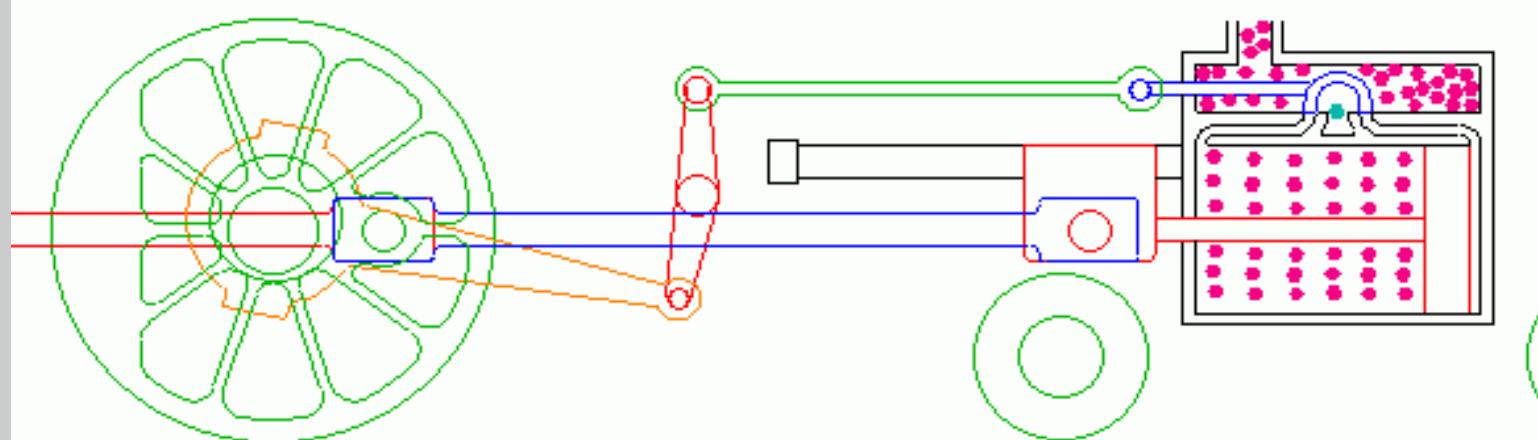
ضرورت مطالعه ترمودینامیک

زندگی روزمره وابسته به انتقال انرژی (از هر نوعی) می باشد

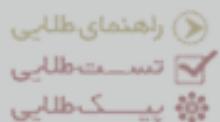


ضرورت مطالعه ترمودینامیک

نحوه کار کردن پمپها، موتورها و یخچالها بر اساس قوانین
ترمودینامیکی استوار است



Copyright 2000, Kvenney.com



www.bookgolden.com

دانشگاه پیام نور (مرکز تهران)

استادیار گروه فیزیک

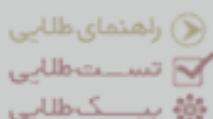
علی اصغر شکری

هدف ترمودینامیک

توصیف حالت داخل سیستم ترمودینامیکی



ترمودینامیک علم مربوط به روابط داخلی بین انرژی گرمایی و انرژی مکانیکی



www.bookgolden.com

دانشگاه پیام نور (مرکز تهران)

استادیار گروه فیزیک

علی اصغر شکری

فصل اول: دما

گلدن بوک

گلدن بوک

راهنمای طلبی
پست طلبی
بینک طلبی

www.bookgolden.com

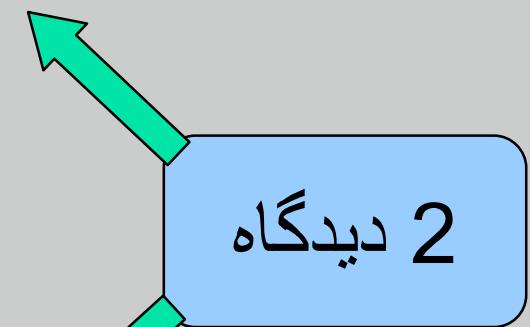
دانشگاه پیام نور (مرکز تهران)

استادیار گروه فیزیک

علی اصغر شکری

- ▷ در نظر نگرفتن ساختار ماده
- ▷ کم بودن تعداد آنها
- ▷ درک کردن مستقیم با حواس
- ▷ اندازه‌گیری مستقیم

ماکروسکوپی:

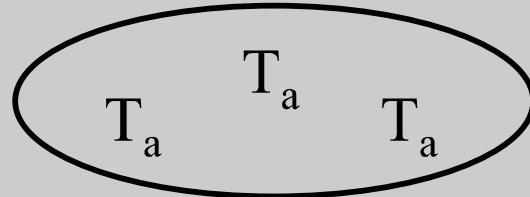


- ❖ در نظر گرفتن ساختار ماده
- ❖ زیاد بودن تعداد آنها
- ❖ درک نکردن مستقیم با حواس
- ❖ عدم امکان اندازه‌گیری مستقیم

میکروسکوپی:

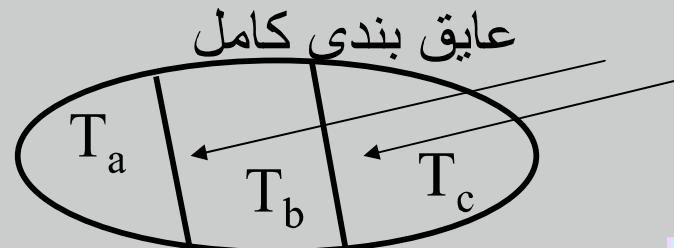
تعادل گرمایی

یک سیستم وقتی در تعادل گرمایی است که:



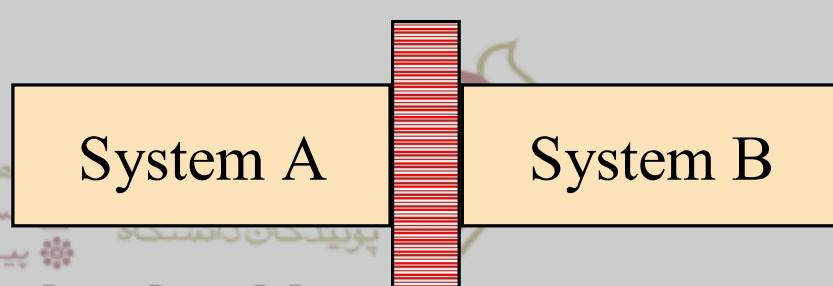
- دمای سیستم و محیط اطرافش یکنواخت باشد.

یا

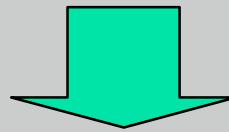


- قسمتی از هر سیستم که دمای یکنواختی دارد به وسیله مرز با مقاومت حرارتی نامحدود عایق بندی شود.

تعادل گرمایی = بدون برهمکنش حرارتی



تعادل گرمایی



تعادل گرمایی:

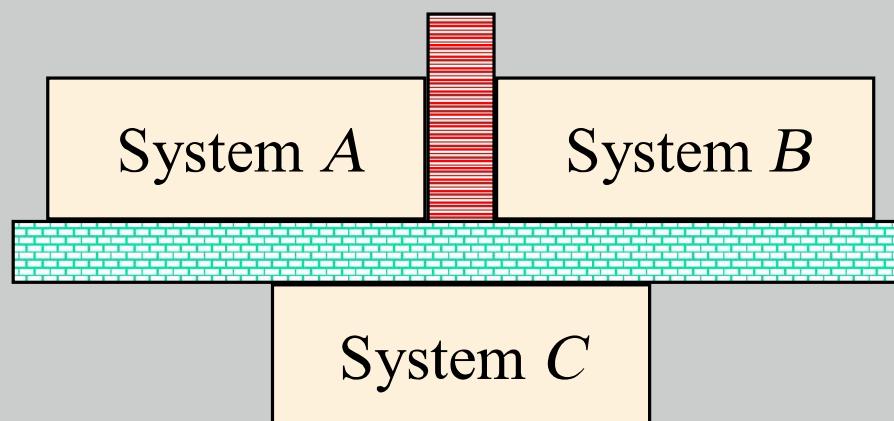
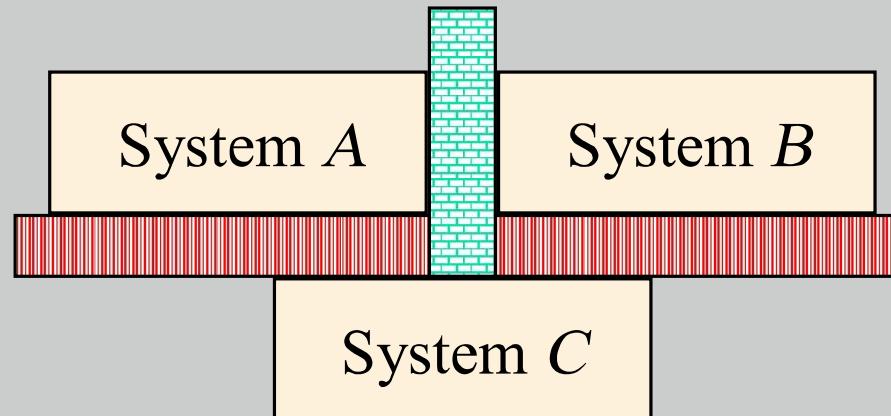
حالتی است که دو سیستم (یا بیشتر) که با مقادیر محدود مختصاتشان مشخص شده اند، پس از اینکه توسط دیواره های گرمابر با یکدیگر در تماس قرار گرفتند، به آن می رسد.

وقتی یک سیستم در حالت تعادل است که هیچ خاصیت ماکروسکوپی [ن] وابسته به زمان نباشد

اگر بر همکنش بین سیستم و محیط اش فقط بوسیله کار انرژی مبادله شود ($Q=0$)
فرایند آدیاباتیک یا بی دررو می نامند

تعادل گرمایی و قانون صفرم ترمودینامیکی

قانون صفرم ترمودینامیکی



www.bookgolden.com

دانشگاه پیام نور (مرکز تهران)

استادیار گروه فیزیک

علی اصغر شکری

تعادل گرمایی و قانون صفرم ترمودینامیکی

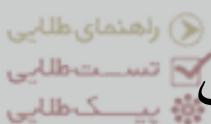
قانون صفرم ترمودینامیکی

سه سیستم A، B و C را در نظر بگیرید:
اگر سیستمهای A و C
و همچنین

سیستمهای C و B در تعادل ترمودینامیکی با هم باشند

سپس ... سیستمهای C و B در تعادل ترمودینامیکی با هم هستند

کاربرد قانون صفرم ترمودینامیکی:



www.bookgolden.com

دانشگاه پیام نور (مرکز تهران)

استادیار گروه فیزیک

علی اصغر شکری

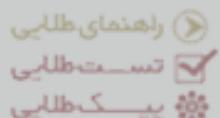
مفهوم دما

- اندازه ای از انرژی جنبشی ماده
- درجه ای از گرمی و سردی ماده
- با دماسنج اندازه گرفته می شود

دمای یک سیستم ویژگی است که تعیین می کند آیا یک سیستم با سیستمهای دیگر در تعادل گرمایی قرار دارد یا خیر.

$$\theta(X) = aX \quad (Y = cte)$$


$$\theta(X) = 273.16(^{\circ}K) \frac{X}{X_{TP}}$$



www.bookgolden.com

دانشگاه پیام نور (مرکز تهران)

استادیار گروه فیزیک

علی اصغر شکری

اندازه گیری دما

دماسنچ	خواص دماسنچی
گاز (حجم ثابت)	فشار
مقاومت الکتریکی (کشش ثابت)	مقاومت الکتریکی
ترموکوپل (کشش ثابت)	نیروی محرکه الکتریکی گرمایی
بخار هلیوم	فشار
نمک پارامغناطیسی	خودگیری مغناطیسی
تابش جسم سیاه	گسیل تابنده

راهنمای طلبی
انتشارات طلاسی
پویندگان دانشگاه
پیک طلبی



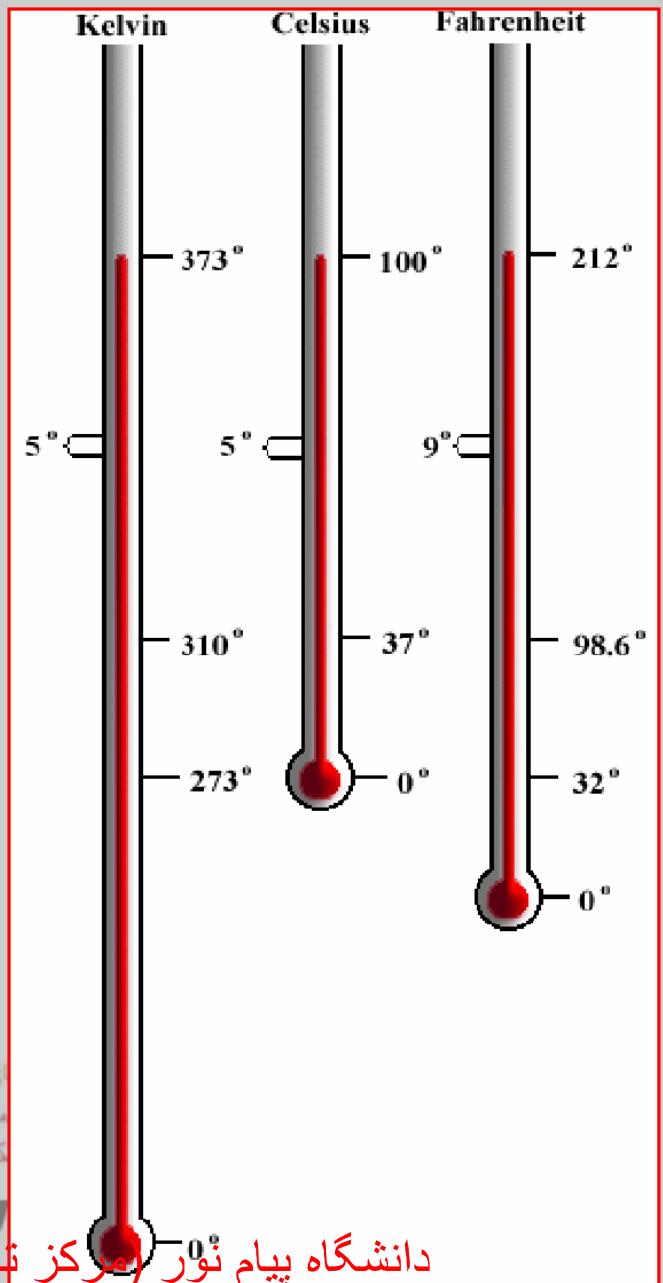
www.bookgolden.com

دانشگاه پیام نور (مرکز تهران)

استادیار گروه فیزیک

علی اصغر شکری

مقیاس دما‌سنجها

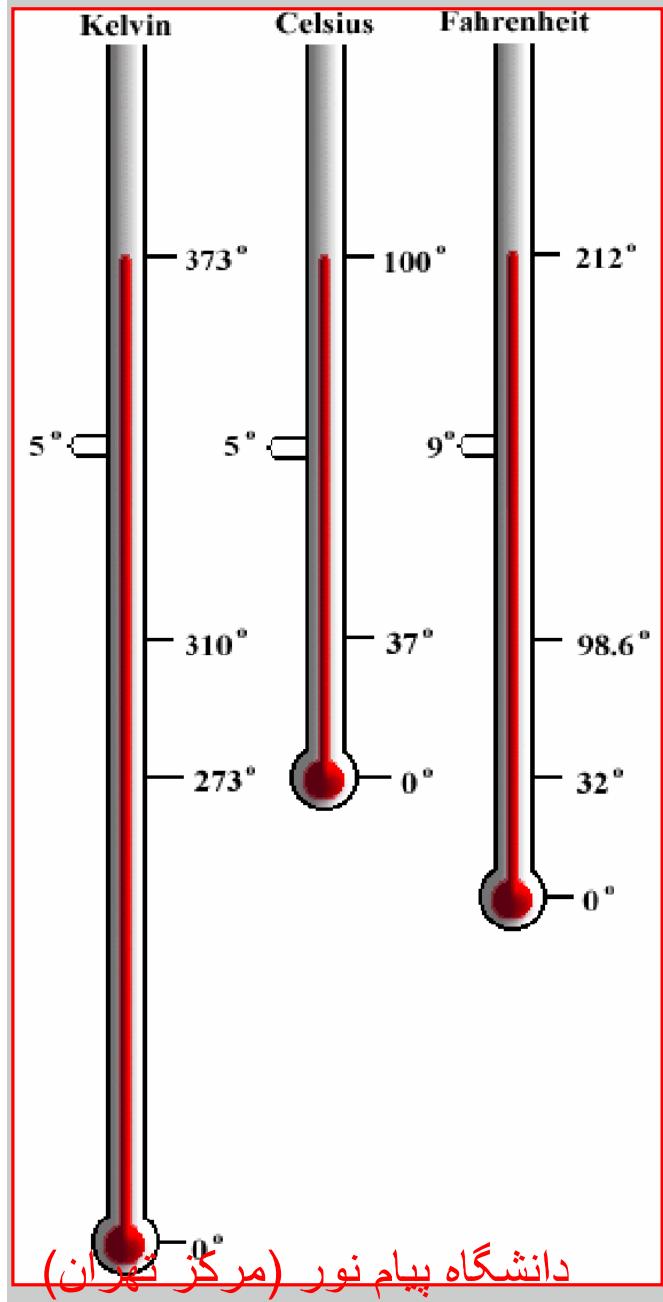


- دما‌سنج سلسیوس (C)
- دما‌سنج فارنهایت (F)
- دما‌سنج کلوین (K)
- دما‌سنج رانکین (R)

استادیار گروه فیزیک

علی اصغر شکری

مقیاس دماسنجهای



تبديلات:

$$t(^{\circ}\text{C}) = \theta(K) - 273.15$$

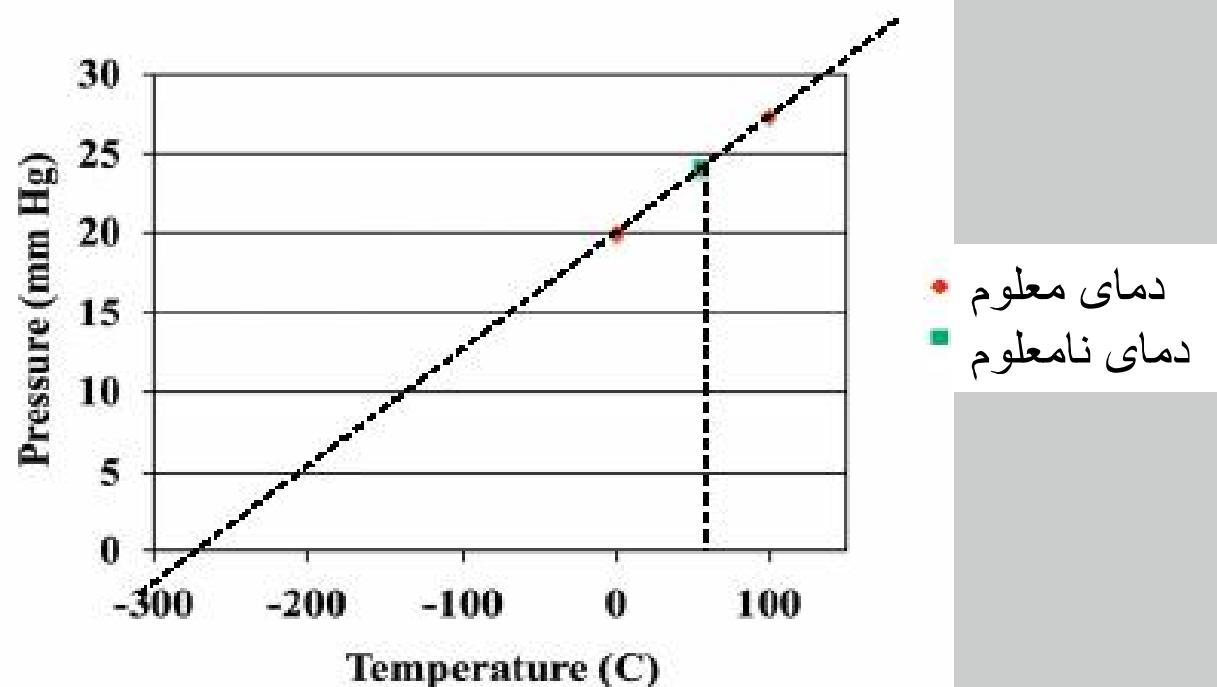
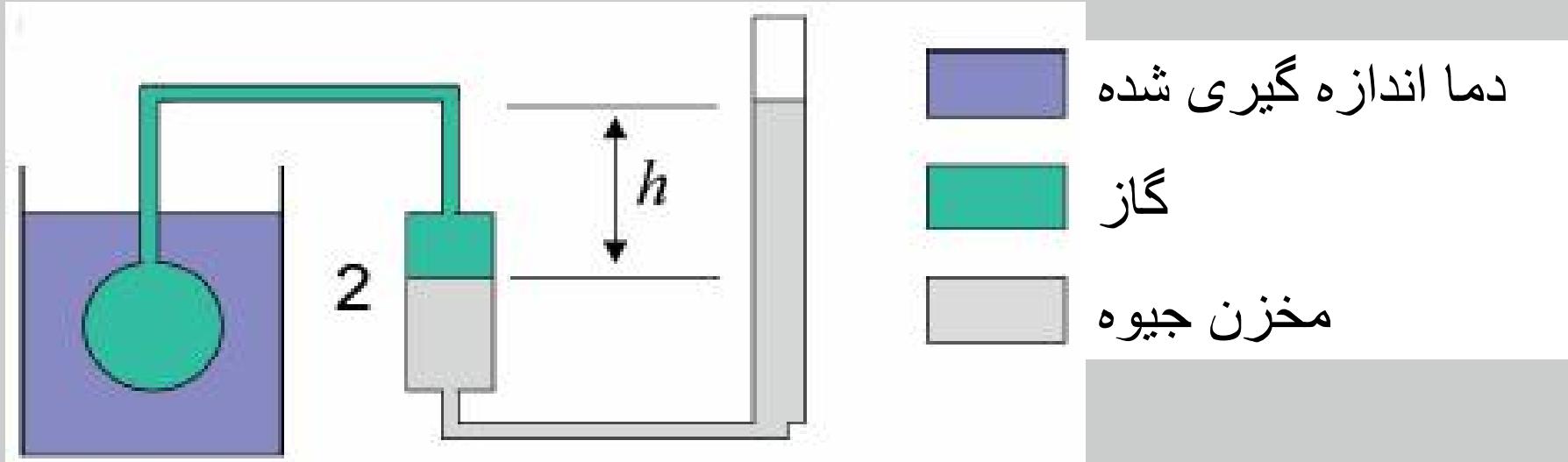
$$t(F) = \frac{9}{5} t(^{\circ}\text{C}) + 32$$

$$t(R) = t(F) + 459.67$$

در دمای صفر مطلق $\theta_K = T = 0\text{ K}$ اتمها و مولکولها انرژی جنبشی ندارند و ماده در حالت جامد است.

در دماسنجه فارنهایت و سلسیوس مبتنی بر نقاط جوش و انجماد آب هستند.
دماسنجه کلوین و رانکین مبتنی بر نقطه صفر مطلق هستند.

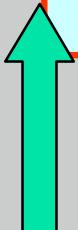
دماسنجر گازی ساده شده با حجم ثابت



دمای گاز کامل

نتایج آزمایشها بر روی تعدادی از دماسنجهای گازی مختلف با حجم ثابت نشان می‌دهد که گرچه دمای مربوطه در فشار نقطه سه گانه آب به جنس گاز بستگی دارد، ولی وقتی مقدار این فشار کاهش داده شود تا به صفر برسد، تمام گازها یک دما را نشان می‌دهند. یعنی:

$$\theta = 273.16(^{\circ}K) \lim_{P_{TP} \rightarrow 0} \left(\frac{P}{P_{TP}} \right)$$



مثال 1

دو سیستم نمک پارامغناطیسی A و B و یک سیستم گازی C در تعادل گرمایی اند. تعادل A و B و تعادل B و C به صورت زیر می‌باشند که در آن n ، C_c ، R و Θ مقادیر ثابت و معینی هستند. کدام عبارت متناسب با دمای دستگاه مورد نظر نیست.

B و A تعادل : $\rightarrow 4\pi n R C_c H - M P V = 0$

C و B تعادل : $\rightarrow n R \Theta M' + 4\pi n R C'_c H' - M' P V = 0$

$$\frac{PV}{nR} \quad (\text{الف})$$

$$\frac{4\pi C_c H}{M} \quad (\text{ب})$$

$$\frac{4\pi C'_c H'}{M'} \quad (\text{ج})$$

$$\Theta + \frac{4\pi C'_c H'}{M'} \quad (\text{د})$$



www.bookgolden.com

دانشگاه پیام نور (مرکز تهران)

استادیار گروه فیزیک

علی اصغر شکری

حل مثال 1

دو سیستم نمک پارامغناطیسی A و B و یک سیستم گازی C در تعادل گرمایی اند. تعادل A و B و تعادل B و C به صورت زیر می‌باشند که در آن n ، C_c ، R و Θ مقادیر ثابت و معینی هستند. کدام عبارت متناسب با دمای دستگاه مورد نظر نیست.

تعادل A و B :



$$4\pi n R C_c H - M P V = 0$$

تعادل B و C :

$$n R \Theta M' + 4\pi n R C'_c H' - M' P V = 0$$

$$\frac{P V}{n R} \quad (\text{الف})$$

$$\frac{4\pi C_c H}{M} \quad (\text{ب})$$

$$\frac{4\pi C'_c H'}{M'} \quad (\text{ج})$$

$$\Theta + 4\pi C'_c \frac{H'}{M'} = \frac{P V}{n R}$$

$$4\pi C_c \frac{H}{M} = \frac{P V}{n R}$$

$$\Theta + \frac{4\pi C'_c H'}{M'} \quad (\text{د})$$

$$\frac{P V}{n R} = 4\pi C'_c \frac{H}{M} = \Theta + 4\pi C'_c \frac{H'}{M'} = \theta$$

مثال 2

سه سیستم گازی A، B و C در تعادل گرمایی‌اند. اگر تعادل گرمایی بین سیستمها به صورت زیر داده شوند، کدام عبارت متناسب با دمای دستگاه مورد نظر نیست.

$$C_{\text{A}} \text{ و } A : \rightarrow PV - nbP - P''V'' = 0$$

$$C_{\text{B}} \text{ و } B : \rightarrow P'V' - P''V'' + \frac{nB'P''V''}{V'} = 0$$

$P''V''$ (الف)

$P(V - nb)$ (ب)

$\frac{P'_c V'}{1 - nB' / V'}$ (ج)

PV (د)



www.bookgolden.com

دانشگاه پیام نور (مرکز تهران)

استادیار گروه فیزیک

علی اصغر شکری

حل مثال 2

سه سیستم گازی A، B و C در تعادل گرمایی‌اند. اگر تعادل گرمایی بین سیستمها به صورت زیر داده شوند، کدام عبارت متناسب با دمای دستگاه مورد نظر نیست.

C و A تعادل :

$$PV - nbP - P''V'' = 0$$

C و B تعادل :

$$P'V' - P''V'' + \frac{nB'P''V''}{V'} = 0$$



$$P''V'' \quad (\text{الف})$$

$$P(V - nb) \quad (\text{ب})$$

$$\frac{P'V'}{1 - nB'/V'} = P''V''$$

$$P(V - nb) = P''V''$$

$$\frac{P'_c V'}{1 - nB'/V'} \quad (\text{ج})$$

فصل دوم

سیستم‌های ترمودینامیکی ساده



www.bookgolden.com

دانشگاه پیام نور (مرکز تهران)

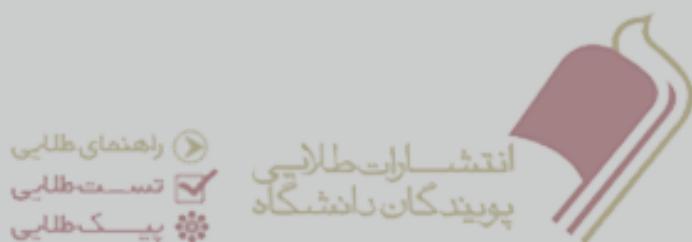
استادیار گروه فیزیک

علی اصغر شکری

فهرست

■ فصل 2 (سیستم‌های ترمودینامیکی ساده)

- تعادل ترمودینامیکی
- نمودار PV مواد خالص
- حالت ماده
- نمودار P □ مواد خالص
- چند سیستم ترمودینامیکی ساده
- مختصات‌های فزونوری و نافزونوری
- مثالها



www.bookgolden.com

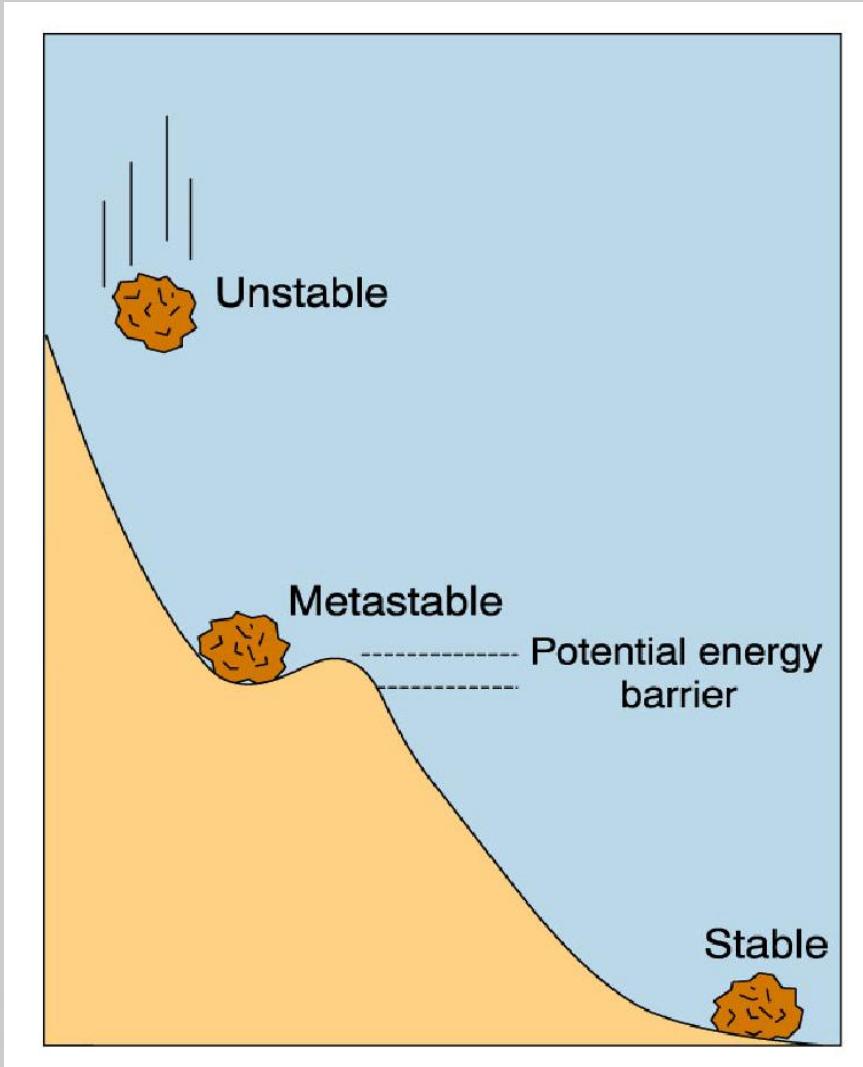
دانشگاه پیام نور (مرکز تهران)

استادیار گروه فیزیک

علی اصغر شکری

تعادل ترمودینامیکی (مکانیکی)

حالت انرژی



نایپایدار (**Unstable**): غلتیدن یا افتادن

پایدار (**Stable**): ساکن ماندن با کمترین انرژی

شبه پایدار (**Metastable**): پایین افتادن با یک کمی انرژی

Figure 5-1. Stability states. Winter (2001) An Introduction to Igneous and Metamorphic Petrology. Prentice Hall.

تعادل ترمودینامیکی

تعادل مکانیکی

تعادل شیمیایی

تعادل گرمایی

شرایط تعادل ترمودینامیکی :

حالتهای تعادل ترمودینامیکی را می‌توان بر حسب مختصات ماکروسکوپی که تابع زمان نیستند، یعنی بر حسب مختصات ترمودینامیکی توصیف کرد

اگر هیچ یک از شرایط مربوط به سه نوع تعادل (تعادل ترمودینامیکی) برقرار نباشد، سیستم ناپایدار خواهد شد

تعادل ترمودینامیکی

حالتهای تعادل ترمودینامیکی را می‌توان بر حسب مختصات ماکروسکوپی که تابع زمان نیستند، یعنی بر حسب مختصات ترمودینامیکی توصیف کرد

در بررسی حالتهای عدم تعادل، باید سیستم را به تعداد زیادی زیر سیستم تقسیم کرد به طوری که این زیر سیستمها در تعادل به سر می‌برند و می‌توان با نوشتن **مختصات ماکروسکوپی**، آنها را توصیف کرد

هر سیستم ترمودینامیکی، سه مختصه ترمودینامیکی دارد

2 متغیر مستقل

1 متغیر وابسته

استادیار گروه فیزیک

علی اصغر شکری

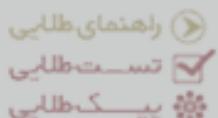
نمودار PV (ماده خالص)

شکل صفحه 39 کتاب مرجع درسی (زیمانسکی) را ببینید

: نقطه بحرانی

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_\theta = 0 \\ \left(\frac{\partial^2 P}{\partial V^2} \right)_\theta = 0 \end{array} \right.$$

نقطه بحرانی (نقطه عطف منحنی همدما بحرانی)



منحنی همدما مربوط به دما بحرانی را منحنی **همدما بحرانی** می گویند.

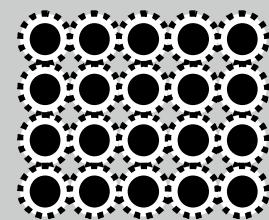
www.bookgolden.com

دانشگاه پیام نور (مرکز تهران)

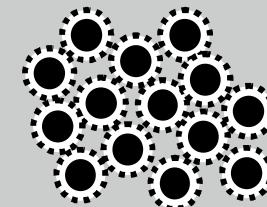
استادیار گروه فیزیک

علی اصغر شکری

حالت ماده چیست؟



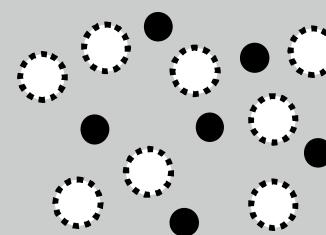
جامد (Solid)



مایع (Liquid)



گاز (Gas)



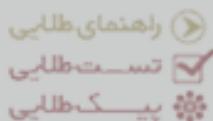
پلاسما (Plasma)

حالت ماده

- دیاگرام فاز (Phase Diagram)
- رسم نمودار فشار بر حسب دما

- نقطه سه گانه (Triple Point)
- نقطه محل تلاقي سه فاز (جامد، مایع و گاز) روی دیاگرام فاز

- نقطه بحرانی (Critical Point)
- نقطه ای روی دیاگرام فاز که چگالی فازهای مایع و بخار یکسان است



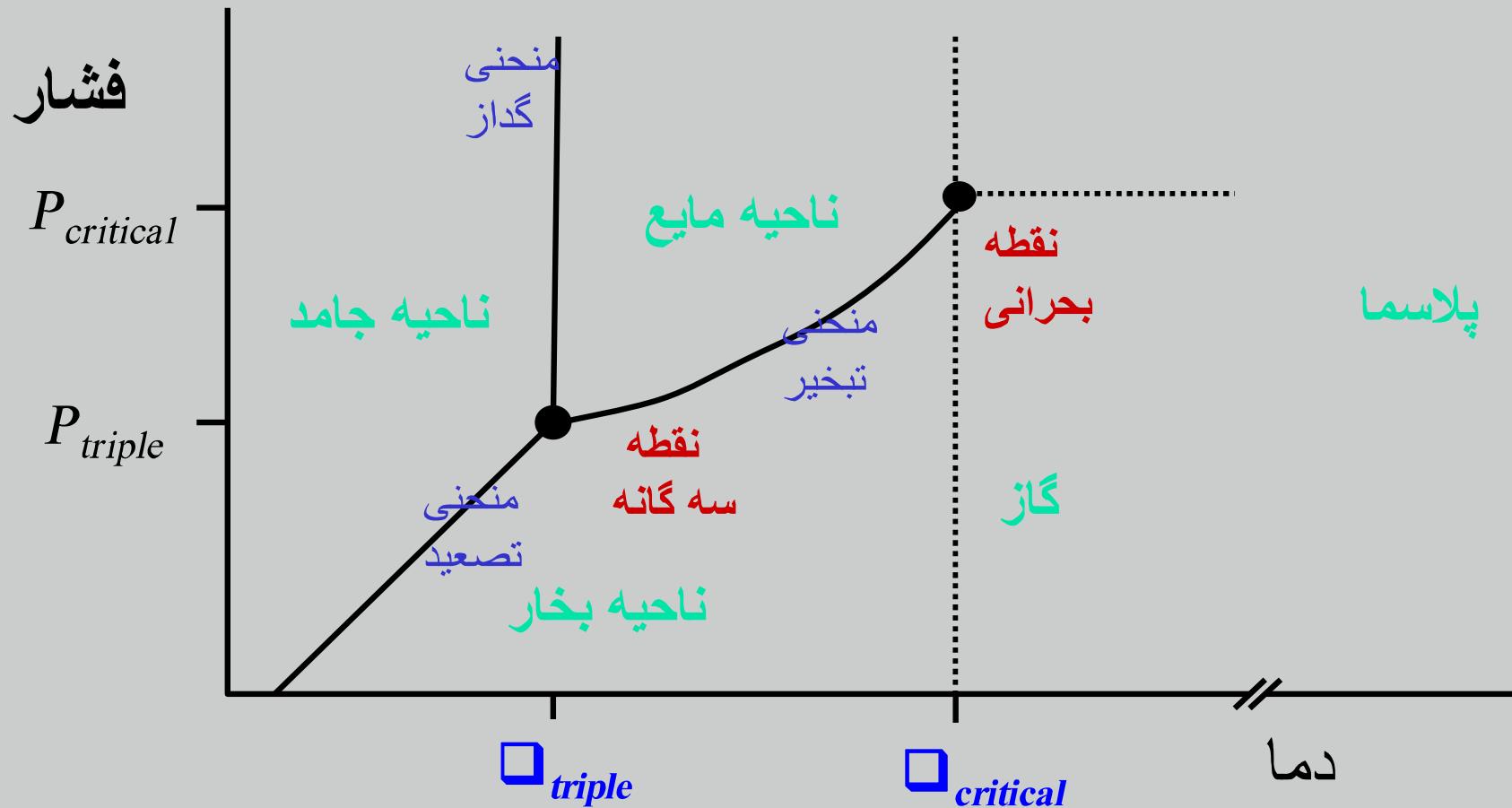
www.bookgolden.com

دانشگاه پیام نور (مرکز تهران)

استادیار گروه فیزیک

علی اصغر شکری

نمودار $P\Box$ (حالت یک ماده خالص)



با زیاد شدن فشار، منحنی گذاز

- در آب و یخ با نقطه ذوب کم می شود (تمایل منحنی گذاز کمی به چپ)
- در دی اکسید کربن نقطه ذوب زیاد می شود (تمایل منحنی گذاز کمی به راست)

معادله‌هایی حالت

معادله گاز کامل $P_V = R\theta$

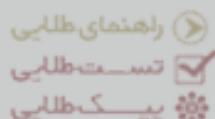
در فشار‌های پایین و در نواحی بخار و گاز معتبر است (معادله بتی - بریجن)

$$P = \frac{R\theta(1-\varepsilon)}{V^2} (V+B) - \frac{A}{V^2}$$

$$A = A_0 \left(1 - \frac{a}{V}\right); \quad B = B_0 \left(1 - \frac{b}{V}\right); \quad \varepsilon = \frac{c}{V\theta^3}$$

$$\left(P + \frac{a}{V^2} \right) (V - b) = R\theta$$

معادله گاز حقیقی



www.bookgolden.com

دانشگاه پیام نور (مرکز تهران)

استادیار گروه فیزیک

علی اصغر شکری

معادله‌هایی حالت

مختصات ترمودینامیکی مختصات ماکروسکوپی هستند

حل معادله حالت برای حجم :

$$V = f(\theta, P)$$

$$dV = \left(\frac{\partial V}{\partial \theta} \right)_P d\theta + \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_\theta dP$$

ضریب انبساط حجمی

$$\beta = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial \theta} \right)_\theta$$

ضریب تراکم پذیری همدما

$$\kappa = - \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_\theta$$

بعد ضریب تراکم پذیری عکس فشار است



www.bookgolden.com

دانشگاه پیام نور (مرکز تهران)

استادیار گروه فیزیک

علی اصغر شکری

معادله‌هایی حالت

حل معادله حالت برای فشار :

$$P = f(\theta, V)$$

$$dP = \left(\frac{\partial P}{\partial \theta} \right)_V d\theta + \left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_\theta dV$$

حل معادله حالت برای دما :

$$\theta = f(P, V)$$

$$d\theta = \left(\frac{\partial \theta}{\partial P} \right)_V dP + \left(\frac{\partial \theta}{\partial V} \right)_P dV$$



www.bookgolden.com

دانشگاه پیام نور (مرکز تهران)

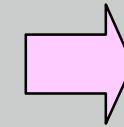
استادیار گروه فیزیک

علی اصغر شکری

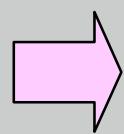
دو قضیه ریاضی

فرض : $f(x, y, z) = 0$

$$\left. \begin{aligned} dx &= \left(\frac{\partial x}{\partial y} \right)_z dy + \left(\frac{\partial x}{\partial z} \right)_y dz \\ dy &= \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)_z dx + \left(\frac{\partial y}{\partial z} \right)_x dz \end{aligned} \right\}$$

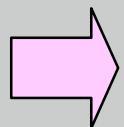


$$dx = 0; \quad dz \neq 0$$



$$\left(\frac{\partial x}{\partial y} \right)_z = \frac{1}{\left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)_z}$$

$$dx \neq 0; \quad dz = 0$$



$$\left(\frac{\partial x}{\partial y} \right)_z \left(\frac{\partial y}{\partial z} \right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_y = -1$$

چند سیستم ترمودینامیکی ساده

سیستم هیدررواستاتیکی (P, V, \square)

: از قضیه دوم

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_{\theta} \left(\frac{\partial V}{\partial \theta} \right)_P = - \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_{\theta}$$

ضریب انبساط حجمی

$$\beta = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial \theta} \right)_{\theta}$$

ضریب تراکم پذیری همدما

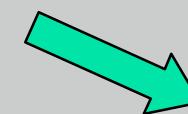
$$\kappa = - \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_{\theta}$$



$$\left(\frac{\partial P}{\partial \theta} \right)_V = \frac{\beta}{\kappa}$$

$$P = f(\theta, V)$$

$$dP = \left(\frac{\partial P}{\partial \theta} \right)_V d\theta + \left(\frac{\partial P}{\partial V} \right)_{\theta} dV \rightarrow dP = \frac{\beta}{\kappa} d\theta - \frac{1}{\kappa V} dV$$



$$\Delta P = \frac{\beta}{\kappa} \Delta \theta - \frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right)$$

چند سیستم ترمودینامیکی ساده

سیم کشیده (F, L, \square)



سیم کشیده:

- ❖ کشش سیم بر حسب نیوتن F
- ❖ طول سیم بر حسب متر L
- ❖ دمای گاز کامل \square

ضریب انبساط خطی

مدول هدمای یانگ

$$\alpha = \frac{1}{L} \left(\frac{\partial L}{\partial \theta} \right)_F$$

$$Y = \frac{L}{A} \left(\frac{\partial F}{\partial L} \right)_{\theta}$$