شکل دادن فلزات:

مقدمه:

معنی کلمه "متالورژی"، کار روی فلزات است. "اورژ" در فرانسه به معنی "کار روی چیزی" است.

در این درس شکل دادن در حالت جامد مطرح است. شکل دادن در حالت مذاب مربوط به ریخته‌گری می‌شود.

مثلث مواد عبارتست از: فلز - سرامیک - پلیمر . از ترکیب این سه ماده‌ی ترکیب یا کامپوزیت بدست می‌آید.

شکل دادن فلزات دو جنبه دارد: مکانیکی - متالورژیکی

دیدگاه متالورژیکی به درون ماده می‌پردازد مثل اتم‌ها، عیوب شبکه و... . عیوب در تغییر شکل اهمیت زیادی دارد؛ بعبارتی به آن کمک می‌کند. این عیوب سه دسته‌اند:

1- خطی یا dislocation 2- نقطه‌ای مثل vacancy 3- صفحه‌ای: سطح خطا چیده‌ شدن

اما دیدگاه مکانیکی به درون ماده کاری ندارد و به تأثیر نیروها، گشتاورها در تنش و کرنش می‌پردازد.

این درس به دیدگاه مکانیکی مربوط است. از این جهت فرقی نمی‌کند که شکل دادن فلزات را در نظر بگیریم یا شکل دادن مواد. زیرا به ساختار مولکولی، دانه‌ها، مرزدانه‌ها و عیوب کاری نداریم.

مقدمه‌ی مهم این درس استاتیک است یعنی حالت تعادل پایدار. اما ممکن است نیروهای دینامیکی داشته باشیم مثل ضربه زدن. در این حالت شتاب نیز داریم که بر ماده اثر خواهد گذاشت.

مفهوم ترمودینامیکی تنش:

در حالت تعادل، اتم‌ها در یک فاصله‌ی تعادلی از هم قرار دارند. هرگونه عاملی (نیرویی) که بخواهد این تعادل را به هم زند (خارج کردن اتم‌ها از این موقعیت)، تنش نام دارد. میزان جابجایی این ذرات کرنش است. بعبارت دیگر، حالتی که تمایل دارد اتم‌ها را در این وضعیت حفظ کند، تنش نام دارد.

این مباحث مربوط به مکانیک مواد (مقاومت مصالح) است.

بحث این درس اندازه‌گیری مقدار تغییر شکل است.

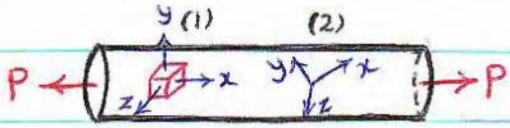
یکی از مباحث مهم در شکل دادن نرمای کارکردن است که هم در دیدگاه مکانیکی و هم در دیدگاه متالورژیکی مطرح است.

مرجع اصلی: Metal Forming ; Mechanics & Metallurgy

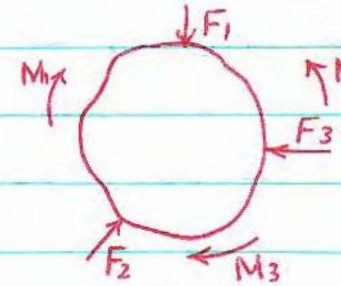
by Hossford & Caddell

در تحلیل تنش، انتخاب محورهای مختصات دلخواه است. و عموماً دستگاهی را انتخاب می‌کنیم که

کار ما را ساده کند مثل حالت زیر:



واضح است که کار در دستگاه (۱) ساده‌تر است.



در درس استاتیک، تعادل نیروها و گشتاورها

را بررسی می‌کنیم.

$$(\text{stress})\ \text{تنش} = \frac{\text{نیرو}}{\text{سطح}} \left(\frac{N}{m^2}\right) \qquad \frac{N}{m^2} = Pa \qquad \frac{N}{mm^2} = MPa$$

تعریف تنش مانند فشار است اما تفاوت‌های عمده‌ای باهم دارند.

تنش:

۱. تنش نرمال (عمودی) $= \dfrac{\text{نیروی عمود بر سطح}}{\text{سطح}}$

2. تنش برشی (مماس) $= \dfrac{\text{نیروی مماس بر سطح}}{\text{سطح}}$

$$\text{کرنش} = \frac{\text{تغییرات ابعادی}}{\text{ابعاد اولیه}}$$

کرنش:

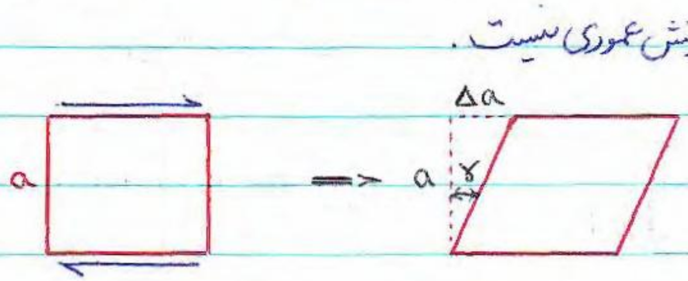
1. Normal strain

2. Shear strain

$$\text{Normal Strain} = \frac{\text{تغییرات ابعادی در اثر تنش نرمال}}{\text{بعد اولیه در همان راستا}}$$

در مورد کرنش برشی یا " Shear strain " تغییر ابعاد در اثر تنش برشی و بعد

اولیه در آن راستا مانند حالت کرنش عمودی نیست.

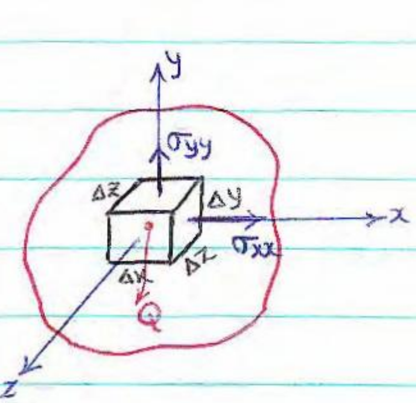


تحت تنش برشی المان مورد نظر از مکعب به متوازی السطوح تبدیل میشود.

$\tan \gamma \sim \gamma = \frac{\Delta a}{a}$ γ : تغییر زاویه‌ی 90°

Δa : تغییرات ابعادی در اثر تنش برشی a : بعد اولیه

تنش دارای علامت است. در مورد تنش نرمال، در حالت کشش، تنش مثبت و در حالت فشار تنش منفی نظور قرار داری در نظر گرفته میشود.



$$\sigma_{xx} = \frac{F_{xx}}{\Delta y . \Delta z}$$

σ_{ij} : i یا اندیس اول سطح اثر را معین می‌کند.

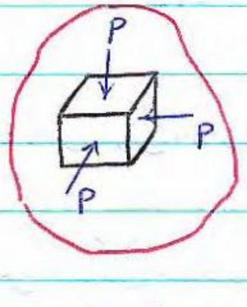
j یا اندیس دوم جهت نیرو یا تنش را نشان می‌دهد.

از لحاظ کریستالوگرافی، جهت صفحه‌ی $\Delta z , \Delta y$، محور x است یعنی بردار عمود بر آن.

$$\sigma_{yy} = \frac{F_{yy}}{\Delta x . \Delta z} \qquad \sigma_{zz} = \frac{F_{zz}}{\Delta x . \Delta y}$$

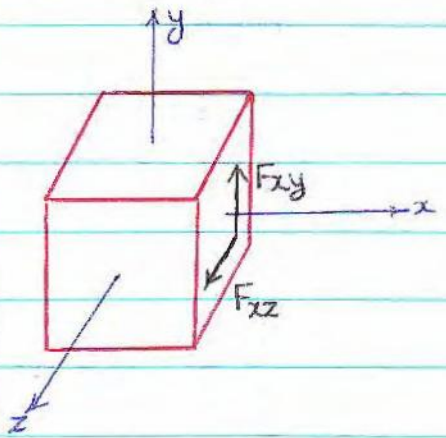
σ_{xx}، σ_{yy}، σ_{zz} در واقع همان تنش های قائم هستند.

اگر نیروها در همه ی جهات مساوی باشند مثل قطره ای زیرآب در نتیجه تنش ها در همه ی جهات یکسان است . این حالت تنش را هیدرواستاتیک می نامند . (شبیه به فشار است)



در این مورد هر سه ی P ها فشاری اند . در حالت های دیگر می تواند هر سه کششی باشند .

فشار یک کمیت اسکالر است در صورتیکه تنش چون جهت دارد اسکالر نیست می تواند بردار باشد اما در حالت کلی فراتر از بردار بوده و فضایی پیچیده تر از فضای برداری دارد . در حالتیکه فقط نیروهای عمودی را در نظر بگیریم فضای تنش مثل فضای برداری می شود اما در حالت کلی نیروهای مماسی وجود دارند .



$$\sigma_{xy} = \frac{F_{xy}}{\Delta y \cdot \Delta z}$$

$$\sigma_{xz} = \frac{F_{xz}}{\Delta y \, \Delta z}$$

در تنش های برشی اندیس اول و دوم با هم فرق می کنند . برای مختصر شدن :

$\sigma_{xx} = \sigma_x$ $\qquad$ $\sigma_{xy} = \tau_{xy}$

$\sigma_{yy} = \sigma_y$ $\qquad$ $\sigma_{xz} = \tau_{xz}$

$\sigma_{zz} = \sigma_z$ $\qquad$ $\sigma_{zy} = \tau_{zy}$

بنابراین تنش ها در یک نقطه‌ی Q عبارتند از:

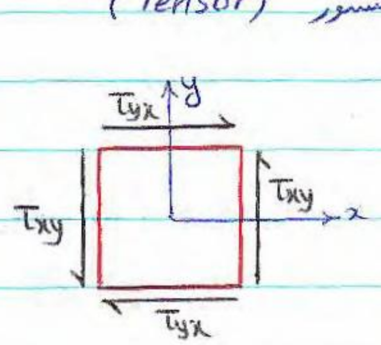
$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} \qquad F = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix}$$: بردار

این ماتریس برای المان های مختلف مکعبی از نظر جهات دارای مؤلفه‌های غیر از اینها خواهد بود.

بنابراین سادگی فشار و حتی بردارها نیست.

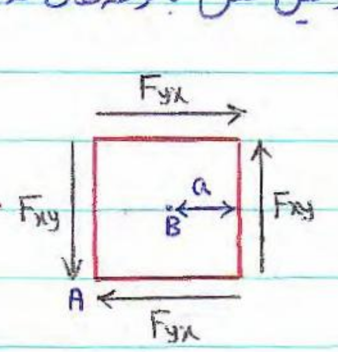
در تحلیل نیروها با مؤلفه‌های سه‌گانه سروکار داریم ← بردارها

در تحلیل تنش با مؤلفه‌های نه‌گانه سروکار داریم ← تنسور (Tensor)



المان مکعبی:

$\Delta x = \Delta y = \Delta z \Rightarrow$



$$\left.\begin{array}{l} \sum M_A = 0 \quad \Rightarrow \quad F_{xy} = F_{yx} \\ \qquad \text{or} \\ \sum M_B = 0 \quad \tau_{xy} \cdot a = +M_z \quad \tau_{yx} \cdot a = -M_z \end{array}\right\} \Rightarrow \tau_{xy} = \tau_{yx}$$

از این تعادل ذکر شده نتیجه میشود که تنش برشی هم جهت دارد. پس τ_{xy} اگر باشد در صفحه‌ی x در

در جهت y ← τ_{yx} هم در صفحه‌ی y در جهت x وجود دارد هم اندازه با آن اما در جهت

مخالف.

86.7.1

در شکل صفحه‌ی قبل τ_{xy} گشتاوری حول مرکز در جهت پادساعتگرد می‌کند.

τ_{yx} گشتاوری حول مرکز در جهت ساعتگرد ایجاد می‌کند.

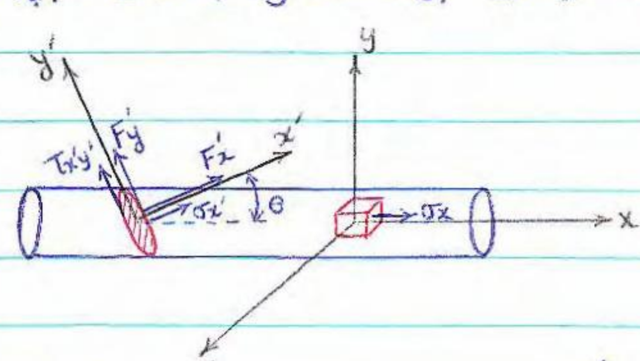
$$\Longrightarrow \quad \sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

تنسور تنش، ۶ مؤلفه‌ی مستقل دارد.

در تست کشش یک نمونه استوانه‌ای : $\sigma_x = \frac{F}{A}$. بقیه‌ی مؤلفه‌های تنش صفر هستند.

86.7.3

در کشش ساده، اگر المان مکعبی در صفحه‌ی xy به اندازه‌ی θ بچرخد:



البته جهت F'_y باید قرینه شود

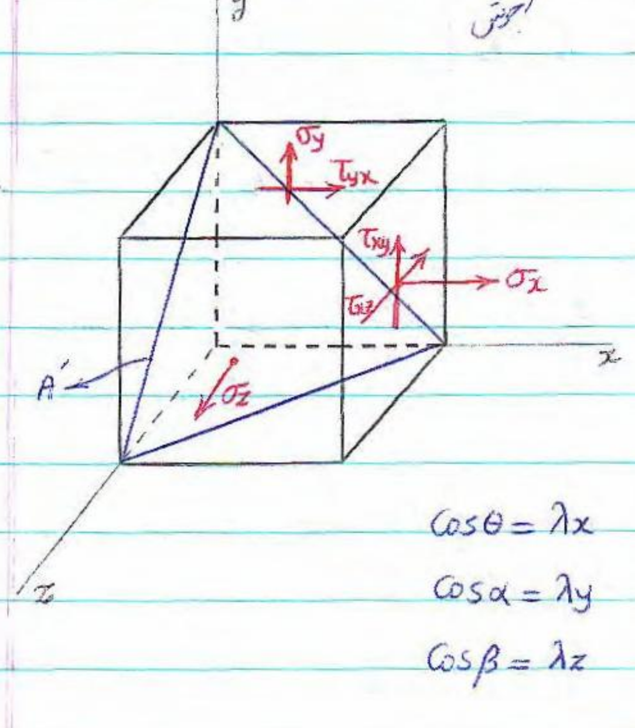
$$A' = \frac{A}{\cos\theta}$$

$$\begin{cases} F_{x'} = F\cos\theta \\ F_{y'} = F\sin\theta \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} \sigma_{x'} = \dfrac{F_{x'}}{A'} = \dfrac{F}{A}\cos^2\theta = \sigma_x \cos^2\theta \\ \tau_{x'y'} = \dfrac{F_{y'}}{A'} = \dfrac{F}{A}\sin\theta\cos\theta = \sigma_x \dfrac{\sin 2\theta}{2} \end{cases}$$

در این مورد σ_x راحت بدست می‌آید. ضرایب $\sin\theta$ و $\cos\theta$ نسبت بین دو مختصات هستند.

در نتیجه در یک مختصات یک طور تنش می‌بینیم و در مختصات دیگر، طور دیگر.

کاربرد. اگر دو میله را بصورت زیر جوش دهیم، باید تنش را در مختصات مربوط به جوش بدست آوریم.



صفحه‌ی مورب A' را در نظر می‌گیریم؛

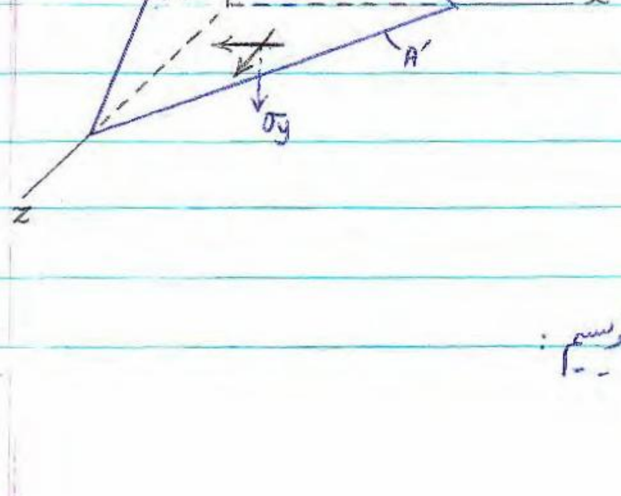
λ_iها، $\cos$ های هادی هستند.

اگر $\vec{n}$ نرمال صفحه‌ی A' باشد:

θ : زاویه‌ی $\vec{n}$ با محور x — $\cos\theta = \lambda x$

α : " " " y — $\cos\alpha = \lambda y$

β : " " " z — $\cos\beta = \lambda z$



با برداشتن اضافه‌های مکعب:

فرض روی سطح A' فقط تنش نرمال وجود داشته باشد؛ روی سه وجه دیگر هم تنش های نرمال و هم تنش های برشی وجود دارد؛

برای این تکه از مکعب تعادل نیروها را می‌نویسیم:

86.7.3 (9)

$$\sigma_n \cdot A' = \overbrace{\underbrace{(\sigma_x A' \lambda_x)}_{\text{مؤلفه نیروی مربوط}}\lambda_x}^{\text{تصویر مؤلفه نیروی مربوط در راستای } n} + (\sigma_y A' \lambda_y)\lambda_y + (\sigma_z A' \lambda_z)\lambda_z$$

$$+ \underbrace{(\tau_{xy} A' \lambda_x)}_{\text{نیروی برشی در جهت } y}\lambda_y + (\tau_{xz} A' \lambda_x)\lambda_z + (\tau_{yx} A' \lambda_y)\lambda_x$$

$$+ (\tau_{zx} A' \lambda_z)\lambda_x + (\tau_{yz} A' \lambda_y)\lambda_z + (\tau_{zy} A' \lambda_z)\lambda_y$$

$$\Longrightarrow \sigma_n = \sigma_x \lambda_x^2 + \sigma_y \lambda_y^2 + \sigma_z \lambda_z^2 + 2\tau_{xy}\lambda_x\lambda_y + 2\tau_{xz}\lambda_x\lambda_z + 2\tau_{yz}\lambda_y\lambda_z$$

سمت چپ این رابطه یک مختصات جدید است با تنش های مربوط به این مختصات. سمت راست تنش های معلوم در مختصات اولیه هستند. رابطه ی مختصات جدید با مختصات قدیم هم باید معلوم باشد که همان cos های هادی است.

می توانستیم صفحه ی A' پیدا کنیم که در آن تنش برشی علاوه بر تنش قائم وجود داشته باشد. اما اثبات می کنیم که تنها یک صفحه وجود دارد که در آن دیگر تنش برشی وجود ندارد و فقط یک σ_n وجود دارد.

این بار تعادل نیروها را در سه راستای x و y و z می نویسیم.

$$\begin{cases} \Sigma F_x = 0: & \sigma_n A'\lambda_x - \sigma_x A'\lambda_x - \tau_{yx} A'\lambda_y - \tau_{zx} A'\lambda_z = 0 \\ \Sigma F_y = 0: & \sigma_n A'\lambda_y - \sigma_y A'\lambda_y - \tau_{xy} A'\lambda_x + \tau_{xy} A'\lambda_z = 0 \\ \Sigma F_z = 0: & \sigma_n A'\lambda_z - \sigma_z A'\lambda_z + \tau_{yz} A'\lambda_y - \tau_{xz} A'\lambda_x = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (\sigma_n - \sigma_x)\lambda_x - \tau_{yx}\lambda_y - \tau_{zx}\lambda_z = 0 \\ -\tau_{xy}\lambda_x + (\sigma_n - \sigma_y)\lambda_y + \tau_{zy}\lambda_z = 0 \\ -\tau_{xz}\lambda_x + \tau_{yz}\lambda_y + (\sigma_n - \sigma_z)\lambda_z = 0 \end{cases}$$

فرض براین بود که در صفحه‌ی A' تنش برشی وجود ندارد.

برای حل این سه معادله سه مجهول باید دترمینان ماتریس ضرایب را مساوی صفر قرار دهیم:

$$\Rightarrow \sigma_n^3 - (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)\sigma_n^2 - (\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2 - \sigma_x\sigma_y -$$

$$\sigma_x\sigma_z - \sigma_y\sigma_z)\sigma_n - (\sigma_x\sigma_y\sigma_z + 2\tau_{xy}\tau_{xz}\tau_{yz} - \sigma_x\tau_{yz}^2$$

$$-\sigma_y\tau_{xz}^2 - \sigma_z\tau_{xy}^2) = 0$$

داخل پرانتز اعداد معلومی هستند.

$$\sigma_n^3 - I_1\sigma_n^2 - I_2\sigma_n - I_3 = 0$$

I_1 ، I_2 و I_3 نامتغیر هستند.

این معادله فقط سه جواب دارد. بین کلیه‌ی مقادیر λx ، λy و λz (در هر دستگاهی)

فقط یک دسته جواب سه‌تائی وجود دارد که در آن فقط تنش های قائم وجود دارد و تنش های

برشی وجود ندارد. این مختصات را مختصات اصلی می‌گویند. در هر حالت تنش یک مختصات